

<第7章 凝縮熱伝達>

7.1 式(7.4)を解いて式(7.6)を導出せよ。

解) 式(7.4)は、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g \quad (7.4)$$

境界条件は、

$$y=0: u=0 \quad (Q7-1.1)$$

$$y=\delta: \tau = \mu_l \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (Q7-1.2)$$

式(7.4)の両辺を y について積分して、

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} gy + C_1 \quad (Q7-1.3)$$

境界条件(Q7-1.2)より、

$$0 = -\frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g\delta + C_1 \quad (Q7-1.4)$$

よって、

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g(y - \delta) \quad (Q7-1.5)$$

で、さらに両辺を y について積分して、

$$u = -\frac{1}{2} \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g(y - \delta)^2 + C_2 \quad (Q7-1.6)$$

境界条件(Q7-1.1)より、

$$0 = -\frac{1}{2} \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g\delta^2 + C_2 \quad (Q7-1.7)$$

よって、

$$u = -\frac{1}{2} \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g(y - \delta)^2 + \frac{1}{2} \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g\delta^2 \quad (Q7-1.8)$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g \{ \delta^2 - (y - \delta)^2 \} \\ &= \frac{1}{2} \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g (2y\delta - y^2) \\ &= \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g \left(y\delta - \frac{y^2}{2} \right) \\ &= \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} g \delta^2 \left(\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{2\delta^2} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{(\rho_l - \rho_v)g\delta^2}{\mu_l} \left\{ \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right\} \quad (7.6)$$

式(7.6)が導かれた。

7.2 表面温度を 50℃に保たれた高さ $L=50 \text{ cm}$ の垂直平板が、100℃の静止飽和蒸気と接している。膜状凝縮の平均熱伝達率を求めよ。

解) 関連する値を全て S I 単位系の基本単位で表しておく。

$$\text{壁面温度 } T_w = 50 + 273.15 = 323.15 \text{ K}$$

$$\text{飽和蒸気温度 } T_s = 100 + 273.15 = 373.15 \text{ K}$$

代表温度は式(7.48)より

$$T_r = 323.15 + 0.3(373.15 - 323.15) = 338.15 \text{ K}$$

$$\text{壁面高さ } L = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{重力加速度 } g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$338.15 \text{ K の水の動粘性係数 } \nu_l = 4.44 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$338.15 \text{ K の水のプラントル数 } Pr_l = 2.78$$

$$\text{水の凝縮潜熱 (蒸発潜熱に等しい) } \gamma = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

$$338.15 \text{ K の水の比熱容量 } c_{pl} = 4.19 \times 10^3 \text{ J/kg K}$$

$$338.15 \text{ K の水の熱伝導率 } \lambda_l = 6.55 \times 10^{-1} \text{ W/m K}$$

$$338.15 \text{ K の水の粘性率 } \mu_l = 4.35 \times 10^{-4} \text{ Pa s}$$

層流を仮定して式(7.20)を用いる。

$$Ga = \frac{L^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(0.5)^3 (9.81)}{(4.44 \times 10^{-7})^2} = 6.23 \times 10^{12}$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(4.19 \times 10^3)(373.15 - 323.15)}{(2.26 \times 10^6)} = 9.26 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.943 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.943) \left\{ \frac{(6.23 \times 10^{12})(2.78)}{9.26 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 3.49 \times 10^3$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{L} = (3.49 \times 10^3) \frac{(6.55 \times 10^{-1})}{(0.5)} = 4.57 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

これが求める値である。なお、式(7.23)より、

$$Re^* = \frac{4h(T_s - T_w)L}{\mu_l \gamma} = \frac{(4)(4.57 \times 10^3)(373.15 - 323.15)(0.5)}{(4.35 \times 10^{-4})(2.26 \times 10^6)} = 465 < 1400$$

なので、層流の仮定は適切である。

7.3 大気圧下で長さ 1m、壁温 50℃の垂直平板上に飽和水蒸気が膜状凝縮している。このときの平均熱伝達率と下端における液膜厚さを求めよ。

解) 層流と仮定して計算を進める。関連する値を全て S I 単位系の基本単位で表しておく。

平板の長さ $l = 1 \text{ m}$

壁表面温度 $T_w = 323 \text{ K}$

飽和温度 $T_s = 373 \text{ K}$

重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

物性値を決める時の代表温度 T_r は、

$$T_r = 323 + (0.3)(373 - 323) = 338 \text{ K} = 65^\circ\text{C}$$

代表温度における物性値を物性値表から求める。

$$\text{水密度 } \rho_l = \left\{ 983.2 + (977.8 - 983.2) \frac{65 - 60}{70 - 60} \right\} = 980.5 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{熱伝導率 } \lambda = 0.654 + (0.664 - 0.654) \frac{65 - 60}{70 - 60} = 0.659 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$\text{動粘性係数 } \nu = \left\{ 0.555 + (0.480 - 0.555) \frac{65 - 60}{70 - 60} \right\} \times 10^{-6} = 4.49 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{低圧比熱 } c_{pl} = \left\{ 4.187 + (4.191 - 4.187) \frac{65 - 60}{70 - 60} \right\} \times 10^3 = 4.189 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\text{プラントル数 } Pr = 3.02 + (2.69 - 3.02) \frac{65 - 60}{70 - 60} = 2.86$$

粘性係数は動粘性係数と密度の積なので、

$$\text{粘性係数 } \mu_l = \nu_l \rho_l = (4.49 \times 10^{-7})(980.5) = 4.40 \times 10^{-4} \text{ Pa s}$$

また、

$$\text{水の蒸発潜熱 } \gamma = 2.22 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

以上より、式(7.15)から下端における膜厚さ δ は、

$$\delta = \left[\frac{4\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) L}{\gamma \rho_l g} \right]^{1/4} = \left[\frac{(4)(0.659)(4.49 \times 10^{-7})(373 - 323)(1)}{(2.22 \times 10^6)(980.5)(9.81)} \right]^{1/4} = 2.29 \times 10^{-4} \text{ m}$$

式(7.9)より質量流量 G は、

$$G = \frac{\rho_l g \delta^3}{3\nu_l} = \frac{(980.5)(9.81)(2.29 \times 10^{-4})^3}{(3)(4.49 \times 10^{-7})} = 8.63 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$$

式(7.24)より膜レイノルズ数 Re^* は、

$$Re^* = \frac{4G}{\mu_l} = \frac{(4)(8.63 \times 10^{-2})}{(4.40 \times 10^{-4})} = 78 < 514$$

よって、流れは層流と考えられ、仮定は適切であった。下端における液膜厚さは途中で求めた通り、

$$2.29 \times 10^{-4} \text{ m} = 229 \text{ } \mu\text{m}。$$

平均熱伝達率は式(7.20)で求められる。

$$Ga = \frac{l^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(1)^3 (9.81)}{(4.49 \times 10^{-7})^2} = 4.88 \times 10^{13}$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(4.189 \times 10^3)(373 - 323)}{(2.22 \times 10^6)} = 9.44 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.943 \left(\frac{GaPr}{H} \right)^{1/4} = 0.943 \left\{ \frac{(4.88 \times 10^{13})(2.86)}{9.44 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 585$$

平均熱伝達率 h は

$$h = \frac{Nu\lambda}{l} = \frac{(585)(0.659)}{(1)} = 3.85 \times 10^3 \text{ W/m}^2\text{K}$$

7.4 大気圧下で長さ 50cm、幅 1m、壁温 50℃の垂直平板上に飽和水蒸気が膜状凝縮している。このときの平板片面下端を単位時間あたりに流れる凝縮量を求めよ。

解) この条件の平均熱伝達率は問 7.2 より、 $h = 4.57 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ である。

よって、熱流束は、

$$q = h(T_s - T_w) = (4.57 \times 10^3)(373.15 - 323.15) = 2.29 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

伝熱量は、

$$Q = qLd = (2.29 \times 10^5)(0.5)(1) = 1.14 \times 10^5 \text{ W}$$

液膜の質量流量は全伝熱量を潜熱で除したものに等しいので、

$$G = \frac{Q}{\gamma} = \frac{1.14 \times 10^5}{2.26 \times 10^6} = 5.06 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$$

7.5 40℃のフロン 11 の静止飽和蒸気が、表面温度 25℃、高さ 1 m の垂直平板と接している。膜状凝縮を生じるとして、平均熱伝達率を求めよ。ただし、フロン 11 の液膜の

物性値を、 $\nu_l = 0.26 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\lambda_l = 0.089 \text{ W/(m K)}$, $Pr_l = 3.8$, $c_{pl} = 890 \text{ J/(kg K)}$, $\gamma = 1.76 \times 10^5 \text{ J/kg}$ として計算せよ。

解) 層流と仮定して計算を進める。関連する値を全て S I 単位系の基本単位で表しておく。

平板の長さ $l = 1 \text{ m}$

壁表面温度 $T_w = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$

飽和温度 $T_s = 40 + 273.15 = 313.15 \text{ K}$

重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

動粘性係数 $\nu_l = 0.26 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

熱伝導率 $\lambda_l = 0.089 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$

プラントル数 $Pr_l = 3.8$

定圧比熱 $c_{pl} = 890 \text{ J/kg K}$

蒸発潜熱 $\gamma = 1.76 \times 10^5 \text{ J/kg}$

層流を仮定して式(7.21)を用いる。

$$Ga = \frac{L^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(1)^3 (9.81)}{(0.26 \times 10^{-6})^2} = 1.45 \times 10^{14}$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(890)(313.15 - 298.15)}{(1.76 \times 10^5)} = 7.59 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.943 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.943) \left\{ \frac{(1.45 \times 10^{14})(3.8)}{7.59 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 8.71 \times 10^3$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{L} = (8.71 \times 10^3) \frac{(0.089)}{(1)} = 775 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

これが求める値である。なお、密度が与えられていないが、 1450 kg/m^3 程度と仮定して概算すれば、式(7.24)より、

$$Re^* = \frac{4h(T_s - T_w)L}{\mu_l \gamma} = \frac{4h(T_s - T_w)L}{\rho_l \nu_l \gamma} = \frac{(4)(775)(313.15 - 298.15)(1)}{(1450)(0.26 \times 10^{-6})(1.76 \times 10^5)} = 701 < 1400$$

なので、層流の仮定は適切と考えられる。

7.6 問7.3で、平板が垂直方向より 30° 傾いた場合の平均熱伝達率を求めよ。

解) 問7.3の平均熱伝達率が $h_{\phi=0} = 3.85 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ なので、式(7.22)より、

$$h = h_{\phi=0} (\cos \phi)^{1/4} = (3.85 \times 10^3) (\cos 30^\circ)^{1/4} = 3.71 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

7.7 式(7.42), (7.43)から式(7.44), (7.45)を導出せよ。

$$\text{解)} \quad \left\{ \frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right\} d\phi = \delta \, d(\delta^3 \sin \phi) \quad (7.42)$$

において

$$z = \frac{\gamma \rho_l g}{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0} \delta^4 \quad (7.43)$$

を用いて δ を消去する。

式(7.43)より、

$$\delta = \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right)^{1/4} z^{1/4}$$

$$d\delta = \frac{1}{4} \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right)^{1/4} z^{-3/4} dz$$

これらを式(7.42)の右辺に代入すると

$$\begin{aligned} \text{式(7.42)の右辺} &= \delta \, d(\delta^3 \sin \phi) = \delta \, (3\delta^2 (d\delta) \sin \phi + \delta^3 \cos \phi \, d\phi) \\ &= \left\{ \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right)^{1/4} z^{1/4} \right\} \\ &\quad \times \left[3 \left\{ \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right)^{1/4} z^{1/4} \right\}^2 \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right)^{1/4} z^{-3/4} dz \right\} \sin \phi \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right)^{1/4} z^{1/4} \right\}^3 \cos \phi \, d\phi \right] \\ &= \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right) z^{1/4} \left[3 \left(z^{1/4} \right)^2 \left(\frac{1}{4} z^{-3/4} dz \right) \sin \phi + \left(z^{1/4} \right)^3 \cos \phi \, d\phi \right] \\ &= \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right) z^{1/4} \left[\frac{3}{4} \left(z^{-1/4} \right) \sin \phi \, dz + z^{3/4} \cos \phi \, d\phi \right] \\ &= \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right) \left[\frac{3}{4} \sin \phi \, dz + z \cos \phi \, d\phi \right] \\ \text{よって、式(7.42)は、} \\ \left\{ \frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right\} d\phi &= \left(\frac{3\lambda_l \nu_l (T_s - T_w) r_0}{\gamma \rho_l g} \right) \left[\frac{3}{4} \sin \phi \, dz + z \cos \phi \, d\phi \right] \\ d\phi &= \frac{3}{4} \sin \phi \, dz + z \cos \phi \, d\phi \end{aligned}$$

$$\frac{3}{4} \sin \phi \, dz + z \cos \phi \, d\phi - d\phi = 0$$

両辺を $\frac{3}{4} \sin \phi \, d\phi$ で割って

$$\frac{dz}{d\phi} + \frac{4 \cos \phi}{3 \sin \phi} z - \frac{4}{3 \sin \phi} = 0$$

式(7.44)が得られた。これは 1 階線形微分方程式で、その一般解は、

$$z = \frac{\int \left(\exp \left(\int \frac{4 \cos \phi}{3 \sin \phi} d\phi \right) \frac{4}{3 \sin \phi} d\phi \right) + C}{\exp \left(\int \frac{4 \cos \phi}{3 \sin \phi} d\phi \right)}$$

今、

$$\int \frac{4 \cos \phi}{3 \sin \phi} d\phi = \frac{4}{3} \int \frac{\cos \phi}{\sin \phi} d\phi = \frac{4}{3} \int \frac{(\sin \phi)'}{\sin \phi} d\phi = \frac{4}{3} \log(\sin \phi) = \log(\sin \phi)^{4/3}$$

よって

$$\exp \left(\int \frac{4 \cos \phi}{3 \sin \phi} d\phi \right) = \exp \left(\log(\sin \phi)^{4/3} \right) = (\sin \phi)^{4/3}$$

$$z = \frac{\int \left((\sin \phi)^{4/3} \frac{4}{3 \sin \phi} d\phi \right) + C}{(\sin \phi)^{4/3}} = \frac{\frac{4}{3} \int (\sin \phi)^{1/3} d\phi + C}{(\sin \phi)^{4/3}} = \frac{1}{(\sin \phi)^{4/3}} \left[\frac{4}{3} \int (\sin \phi)^{1/3} d\phi + C \right]$$

今、 $\int (\sin \phi)^{1/3} d\phi \Big|_{\phi=0} = 0$ なので、

$$z = \frac{1}{(\sin \phi)^{4/3}} \left[\frac{4}{3} \int_0^\phi (\sin \phi)^{1/3} d\phi + C \right]$$

式(7.45)が導かれた。

7.8 外径 1 cm の 80℃の水平円管上で 100℃の飽和水蒸気が凝縮している。熱流束はいくらか。

解) 式(7.49)を用いる。関連する値を全て S I 単位系の基本単位で表しておく。

温度範囲が十分に狭いので、物性値は 100℃の値を用いる。

円管外径 $d_0 = 0.01 \text{ m}$

円管表面温度 $T_w = 353 \text{ K}$

飽和蒸気温度 $T_s = 373 \text{ K}$

重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

水の動粘性係数 $\nu_l = 2.97 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

水の温度伝導率 $\lambda_l = 1.69 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

水の熱容量 $c_{pl} = 4.216 \times 10^3 \text{ J/kg K}$

水の蒸発潜熱 $\gamma = 2.22 \times 10^6 \text{ J/kg}$

これらより、

$$Ga = \frac{d_0^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(0.01)^3 (9.81)}{(2.97 \times 10^{-7})^2} = 9.12 \times 10^7$$

$$Pr_l = \frac{\nu_l}{\alpha_l} = \frac{(2.97 \times 10^{-7})}{(1.69 \times 10^{-7})} = 1.76$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(4.22 \times 10^3)(373 - 353)}{(2.22 \times 10^6)} = 3.79 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.725 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.725) \left\{ \frac{(9.12 \times 10^7)(1.76)}{3.79 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 190$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{d_0} = (190) \frac{(0.682)}{(0.01)} = 1.29 \times 10^4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$q = h(T_s - T_w) = (1.29 \times 10^4)(373 - 353) = 2.58 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

7.9 表面温度を 60℃に保たれた直径 20 mm、長さ 1.5 m の水平円管外面が、100℃の静止飽和蒸気と接している。膜状凝縮を生じるとして、平均熱伝達率と単位時間あたりの凝縮量を求めよ。

解) 式(7.49)を用いる。関連する値を全て S I 単位系の基本単位で表しておく。

円管外径 $d_0 = 20 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.02 \text{ m}$

円管長さ $L = 1.5 \text{ m}$

円管表面温度 $T_w = 60 + 273.15 = 333.15 \text{ K}$

飽和蒸気温度 $T_s = 373.15 \text{ K}$

重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

式(7.55)に基づく代表温度

$$T_r = T_w + 0.3(T_s - T_w) = 333.15 + 0.3(373.15 - 333.15) = 345.15 \text{ K}$$

345.15 K の水の動粘性係数 $\nu_l = 4.03 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

345.15 K の水の熱伝導率 $\lambda_l = 6.61 \times 10^{-1} \text{ W/m K}$

345.15 K の水の熱容量 $c_{pl} = 4.19 \times 10^3 \text{ J/kg K}$

345.15 K のプラントル数 $Pr_l = 2.50$

水の蒸発潜熱 $\gamma = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$

これらより、

$$Ga = \frac{d_0^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(0.02)^3 (9.81)}{(4.03 \times 10^{-7})^2} = 4.82 \times 10^8$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(4.19 \times 10^3)(373.15 - 323.15)}{(2.26 \times 10^6)} = 7.42 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.725 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.725) \left\{ \frac{(4.82 \times 10^8)(2.50)}{7.42 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 259$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{d_0} = (259) \frac{(6.61 \times 10^{-1})}{(0.02)} = 8.56 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

これが求める平均熱伝達率である。

熱流束は

$$q = h(T_s - T_w) = (8.56 \times 10^3)(373.15 - 323.15) = 3.42 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

伝熱量は

$$\dot{Q} = q(\pi d_0 L) = (3.42 \times 10^5)(3.1416)(0.02)(1.5) = 3.23 \times 10^4 \text{ W}$$

よって、求める凝縮水量は

$$w = \dot{Q} / \gamma = (3.23 \times 10^4) / (2.26 \times 10^6) = 1.43 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$$

7.10 大気圧下で直径 10 mm、温度 50℃の水平円管上に静止飽和水蒸気が膜状凝縮している。このときの平均熱伝達率を求めよ。また図 7.5 において $\phi = 45^\circ$ のとき、管の単位長さ当たりの液膜の質量流量を求めよ。

解) 式(7.50)を用いる。関連する値を全て S I 単位系の基本単位で表しておく。

$$\text{円管外径 } d_0 = 10 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{円管表面温度 } T_w = 50 + 273.15 = 323.15 \text{ K}$$

$$\text{飽和蒸気温度 } T_s = 373.15 \text{ K}$$

$$\text{重力加速度 } g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

式(7.55)に基づく代表温度

$$T_r = T_w + 0.3(T_s - T_w) = 323.15 + 0.3(373.15 - 323.15) = 338.15 \text{ K}$$

$$338.15 \text{ K の水の動粘性係数 } \nu_l = 4.44 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$338.15 \text{ K の水の熱伝導率 } \lambda_l = 6.55 \times 10^{-1} \text{ W/m K}$$

$$338.15 \text{ K の水の熱容量 } c_{pl} = 4.19 \times 10^3 \text{ J/kg K}$$

338.15 K のプラントル数 $Pr_l = 2.78$

水の蒸発潜熱 $\gamma = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$

これらより、

$$Ga = \frac{d_0^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(0.01)^3 (9.81)}{(4.44 \times 10^{-7})^2} = 4.98 \times 10^7$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(4.19 \times 10^3)(373.15 - 323.15)}{(2.26 \times 10^6)} = 9.26 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.725 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.725) \left\{ \frac{(4.98 \times 10^7)(2.78)}{9.26 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 143$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{d_0} = (143) \frac{(6.55 \times 10^{-1})}{(0.01)} = 9.34 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

これが求める平均熱伝達率である。

次に、式(7.47)の局所熱伝達率を $\phi = 0$ から $\phi = \frac{\pi}{4}$ までで平均する。

$$\frac{1}{\pi/4} \int_0^{\pi/4} z(\phi)^{-1/4} d\phi$$

は解析的には解けないのでシンプソン法を用いて数値積分で解くと

0.9897 が得られる。プログラムは末尾に示す。 $\phi = 0$ から $\phi = \frac{\pi}{4}$ までの平均熱伝達率は

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{\pi/4} \int_0^{\pi/4} h_x d\phi = \frac{1}{\pi/4} \int_0^{\pi/4} \left[\frac{2\lambda_l^3 \rho_l g \gamma}{3\nu_l (T_s - T_w) d_0} \right]^{1/4} z(\phi)^{-1/4} d\phi \\ &= \left[\frac{2\lambda_l^3 \rho_l g \gamma}{3\nu_l (T_s - T_w) d_0} \right]^{1/4} \frac{1}{\pi/4} \int_0^{\pi/4} z(\phi)^{-1/4} d\phi = \left(\frac{2}{3} \right)^{1/4} \left[\frac{\lambda_l^3 \rho_l g \gamma}{\nu_l (T_s - T_w) d_0} \right]^{1/4} (0.9897) \\ &= 0.894 \left[\frac{\lambda_l^3 \rho_l g \gamma}{\nu_l (T_s - T_w) d_0} \right]^{1/4} \end{aligned}$$

よって、 $\phi = 0$ から $\phi = \frac{\pi}{4}$ までの平均値については、

$$Nu = 0.894 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.894) \left\{ \frac{(4.98 \times 10^7)(2.78)}{9.26 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 176$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{d_0} = (176) \frac{(6.55 \times 10^{-1})}{(0.01)} = 1.15 \times 10^4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

これが $\phi = 0$ から $\phi = \frac{\pi}{4}$ までの平均熱伝達率である。

熱流束は

$$q = h(T_s - T_w) = (1.15 \times 10^4)(373.15 - 323.15) = 5.76 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

管の片側について $\phi=0$ から $\phi=\frac{\pi}{4}$ までの管単位長さ当たりの伝熱量は

$$\dot{Q} = q \left(\frac{\pi}{8} d_0 L \right) = (5.76 \times 10^5) \left(\frac{3.1416}{8} \right) (0.02)(1) = 2.26 \times 10^3 \text{ W}$$

よって、液膜の質量流量は

$$w = \dot{Q} / \gamma = (2.26 \times 10^3) / (2.26 \times 10^6) = 1.00 \times 10^{-3} \text{ kg / s}$$

<数値積分のプログラム>

```

program integral

double precision x, z, dx, s
double precision xi, xf, so, se, ss

open (3,file='intout')

xi=0.0
xf=3.14159265/4.0
n=100000

dx=(xf-xi)/n

so=0
se=0

do 100 i=1,n/2-1
  if(real(i)/10.0.eq.i/10) write (*,*) i
  so=so+1.0/z(xi+dx*(2*i-1))**(1.0/4.0)
  se=se+1.0/z(xi+dx*(2*i))**(1.0/4.0)
100 continue
so=so+1.0/z(xf-dx)**(1.0/4.0)*dx
if (xf.eq.3.14159265) then
  s=(1.0/z(xi)**(1.0/4.0)
+ +4*so+2*se)*dx/3.0
else
  s=(1.0/z(xi)**(1.0/4.0)+1.0/z(xf)**(1.0/4.0)
+ +4*so+2*se)*dx/3.0
end if
s=s/xf
write (*,*) 's=',s
write (3,*) 's=',s
close (3)

stop
end

double precision function z(x)

double precision dx, x, s

if (x.eq.0.0) then
  z=1.0
else
  xi=0.0
  xf=x
  n=100000

```

```

dx=(xf-xi)/n

so=0
se=0

do 100 i=1,n/2-1
    so=so+sin(dx*(2*i-1))*(1.0/3.0)
    se=se+sin(dx*(2*i))*(1.0/3.0)
100 continue
so=so+sin(xf-dx)*(1.0/3.0)
s=(sin(xi)*(1.0/3.0)+sin(xf)*(1.0/3.0)
+ 4*so+2*se)*dx/3.0

z=4.0/3.0/sin(x)*(4.0/3.0)*s
end if
return
end

```

7.1 1 問7.1 0で、円管を垂直方向に3列3段で碁盤目状に配列した場合、水平円管群全体の平均熱伝達率はいくらになるか。また、この水平円管群全体で1 m 当たりに凝縮する水の量はいくらになるか。

解) 式(7.52)を用いる。問7.1 0より、

$$h_1 = 9.34 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

碁盤目配列なので $m = 0.16$ 。3段なので

$$h = h_1 n^{-m} = (9.34 \times 10^3)(3)^{-0.16} = 7.83 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

熱流束は

$$q = h(T_s - T_w) = (7.83 \times 10^3)(373.15 - 323.15) = 3.92 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

1m 当たりの伝熱量は $k = 3$ 列、 $n = 3$ 段の管があるので、

$$\dot{Q} = q(kn)(\pi d_o L) = (3.92 \times 10^5)(3)(3)(3.1416)(0.01)(1) = 1.11 \times 10^5 \text{ W}$$

よって、求める凝縮水量は

$$w = \dot{Q} / \gamma = (1.11 \times 10^5) / (2.26 \times 10^6) = 4.90 \times 10^{-2} \text{ g / s} \approx 49.0 \text{ g / s}$$

7.1 2 40°Cのフレオン11の静止飽和蒸気が、表面温度25°C、直径 $d_o = 15 \text{ mm}$ の水平丸棒と接している。膜状凝縮を生じるとして、平均熱伝達率を求めよ。ただし、フレオン11の液膜の物性値を、 $\nu_l = 0.26 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\lambda_l = 0.089 \text{ W/(m K)}$, $\text{Pr}_l = 3.8$, $c_{pl} = 890 \text{ J/(kg K)}$, $\gamma = 1.76 \times 10^5 \text{ J/kg}$ として計算せよ。

解) 式(7.50)を用いる。関連する値を全てS I単位系の基本単位で表しておく。

円管外径 $d_0 = 15 \times 10^{-3} \text{ mm} = 0.015 \text{ m}$

円管表面温度 $T_w = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$

飽和蒸気温度 $T_s = 40 + 273.15 = 313.15 \text{ K}$

重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

動粘性係数 $\nu_l = 2.6 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

熱伝導率 $\lambda_l = 8.9 \times 10^{-2} \text{ W/m K}$

熱容量 $c_{pl} = 8.9 \times 10^2 \text{ J/kg K}$

プラントル数 $Pr_l = 3.8$

蒸発潜熱 $\gamma = 1.76 \times 10^5 \text{ J/kg}$

これらより、

$$Ga = \frac{d_0^3 g}{\nu_l^2} = \frac{(0.015)^3 (9.81)}{(2.6 \times 10^{-7})^2} = 4.90 \times 10^8$$

$$H = \frac{c_{pl}(T_s - T_w)}{\gamma} = \frac{(8.9 \times 10^2)(313.15 - 298.15)}{(1.76 \times 10^5)} = 7.59 \times 10^{-2}$$

$$Nu = 0.725 \left(\frac{Ga Pr_l}{H} \right)^{1/4} = (0.725) \left\{ \frac{(4.90 \times 10^8)(3.8)}{7.59 \times 10^{-2}} \right\}^{1/4} = 287$$

$$h = Nu \frac{\lambda_l}{d_0} = (287) \frac{(8.9 \times 10^{-2})}{(0.015)} = 1.70 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K} = 1.70 \text{ kW/m}^2 \text{ K}$$

これが求める平均熱伝達率である。

7.13 外径 1 cm、80℃の水平円管上で 120℃の過熱水蒸気が凝縮している。熱流束はいくらか。

解) 過熱蒸気の場合は飽和蒸気の場合と同じ値と考えて良い。よって、問 7.8 と同じ結果となる。

$$q = h(T_s - T_w) = (1.29 \times 10^4)(373 - 353) = 2.58 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

7.14 同じ雰囲気条件で、滴状凝縮と膜状凝縮のどちらが伝熱量が大きいか。

解) 滴状凝縮の方が伝熱量が大きい。